

Комитет общего и профессионального образования Ленинградской области  
Государственное бюджетное учреждение дополнительного  
образования «Ленинградский областной центр развития творчества одаренных  
детей и юношества «Интеллект»  
Санкт-Петербургский государственный университет

Программа рассмотрена и принята  
на методическом совете  
ГБУ ДО «Центр «Интеллект»  
Протокол № 2 от 26.01.2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»  
И.о. директора ГБУ ДО  
«Центр «Интеллект»  
Рочев Д.И.  
Приказ № 14/л от 29.01.2018 г.



Дополнительная общеобразовательная программа

## **«Углубленная, олимпиадная и исследовательская математика»**

**Advanced, Olympiad and Research Mathematics**

(естественно-научная направленность)

Возраст обучающихся: 14 – 17 лет  
Срок реализации: 1 календарный год  
(144 аудиторных часа)

Автор программы:  
Головачев Г.М., к.ф.-м.н.,  
преподаватель Академической  
гимназии им. Д.К. Фаддеева СПбГУ

Санкт-Петербург  
п. Лисий Нос  
2018 г.

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Цели:

1. Формирование устойчивых навыков самостоятельного решения задач повышенного уровня сложности по математике.
2. Формирование специфического стиля мышления, позволяющего самостоятельно проводить законченные математические рассуждения.
3. Подготовка к региональному этапу Всероссийской олимпиады по математике и к другим математическим турнирам.

Задачи:

1. Познакомить участников программы с теоретическим материалом нескольких разделов элементарной математики, не входящих в общеобразовательные программы, и познакомить с примерами решения задач, относящихся к этим разделам.
2. Познакомить участников программы с методами и приемами решения задач, традиционно демонстрируемыми во время олимпиадной подготовки.
3. Организовать систематическую работу по практическому применению полученных знаний при решении математических задач.
4. Выработать у участников программы навыки решения сложных задач, имеющих характер исследовательских. В частности, показать основные этапы работы над задачами: анализ условия, разделение на простые задачи, применение типовых приемов, построение законченного решения, анализ результатов.
5. Выработать навыки совместного решения задач.
6. Выработать навыки публичного выступления, оппонирования, рецензирования, умения вести дискуссию.

### **1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)**

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

По результатам обучения обучающийся должен знать: определение и свойства делимости, теорему о делении с остатком, алгоритм Евклида поиска НОД, основную теорему арифметики, определение и свойства сравнений, теоремы Ферма и Эйлера, основные комбинаторные понятия, правила произведения и суммы, треугольник Паскаля, формулу бинома, основные понятия классической вероятности, понятие многочлена, методы разложения многочленов на множители, каноническую форму многочлена, теорему о рациональных корнях, теорему Виета, понятие инварианта, метод крайнего, метод математической индукции, способы суммирования, свойства квадратичной функции, свойства и графики основных элементарных функций, теорему о промежуточном значении и ее следствия, понятие производной, уравнение касательной, методы исследования функций, методы решения экстремальных задач, методы решения уравнений и неравенств, свойства треугольников и четырехугольников, теорему о вписанном угле и ее следствия, теоремы Чебы и Менелая, теоремы синусов и косинусов, формулы площадей, понятие и свойства центра масс, основные перемещения на плоскости, понятие многогранника, основные свойства тетраэдров, пирамид и призм, понятие и свойства двугранных и трехгранных углов. По результатам обучения обучающийся должен уметь: применять известные теоретические сведения и методы решения задач, решать уравнения и неравенства всеми известными способами, проводить анализ зависимостей от параметров, применять теоремы и методы алгебры к решению стандартных и олимпиадных задач, применять основные методы решения олимпиадных задач, находить вероятности событий, проводить исследование и строить графики элементарных функций и их композиций, применять аналитические методы к решению алгебраических задач, пользоваться основными методами дифференциального исчисления, вычислять расстояния и углы в комбинациях многоугольников и окружностей,

вычислять площади многоугольных фигур, вычислять величины плоских и двугранных углов в комбинациях многогранников, находить расстояния в пространстве.

По результатам обучения обучающийся должен обладать навыками: решения задач повышенной сложности: анализа условия задачи, выделения необходимых этапов решения, сопоставления теоретических сведений, методов решения с условием задачи, выдвижения гипотез и идей, проверки применимости предложенных идей, проведения необходимых вычислений и доказательств, компоновки конечного результата, анализ ответа, проверки правильности решения, формулировки решения задачи в виде логически правильного и грамотного устного выступления и в виде письменного текста; командной работы над задачей; публичных выступлений с докладом, рецензией, критикой.

#### 1.4. Перечень активных и интерактивных форм учебных занятий

Практическое решение задач индивидуально и в группе с защитой решения, олимпиады, математические бои между командами, публичные выступления с решениями, выполнение дистанционных заданий.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1. Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Период обучения (модуль)	Контактная работа обучающихся с преподавателем										Самостоятельная работа				Интерактивные	Трудоемкость		
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам.раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)			промежуточная аттестация (сам.раб.)	итоговая аттестация (сам.раб.)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																		
<b>Форма обучения очно-заочная</b>																		
31учетная неделя	6		134				16		4				228				160	9
<b>ИТОГО</b>	<b>6</b>		<b>134</b>				<b>16</b>		<b>4</b>				<b>228</b>					

Формы текущего контроля успеваемости, виды промежуточной и итоговой аттестации			
Период обучения (модуль)	Формы текущего контроля успеваемости	Виды промежуточной аттестации	Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>			
<b>Форма обучения очно-заочная</b>			
31учетная неделя			Итоговый зачет

### 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Основной курс      Основная траектория

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Виды учебных занятий, часов														
		Контактная работа обучающихся с преподавателем										Самостоятельная работа				
		лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам. раб.)	промежуточная аттестация (сам. раб.)
Первая сессия																
1	Модуль 1 Метод математической индукции. Делимость. Остатки. Сравнения. Теорема Ферма. Вычеты и теорема Эйлера			10									2			
2	Модуль 2 Расположение корней квадратичной функции. Теорема Виета. Композиции квадратных трехчленов.			10									2			
3	Модуль 3 Аффинная планиметрия. Теоремы Чевы, Менелая, Ван-Обеля. Деление сторон многоугольников точками. Метрическая планиметрия. Теоремы Пифагора, косинусов, синусов.			10									2			
4	Олимпиада - 1							2								
5	Выполнение исследовательской работы - 1			2				2					6			
6	Матбой - 1	2		2												
7	Межсессионная работа - 1												45			
Вторая сессия																
8	Модуль 4 Комбинаторика Сочетания и размещения,			10									2			

	перестановки без повторений, бином, треугольник Паскаля. Графы.																		
9	Модуль 5 Уравнения и неравенства с параметрами. Применение преобразований и графиков. Множества на координатной плоскости. Симметрии.			10								2							
10	Модуль 6 Векторная алгебра, векторные методы решения задач, метод координат, применение к аффинным и метрическим задачам. Перемещения и симметрии. Применение к решению задач. Центр тяжести, идеи геометрии масс. Инварианты в геометрии.			10								2							
11	Олимпиада - 2								2										
12	Выполнение исследовательской работы - 2			2					2			6							
13	Матбой - 2	2		2															
14	Межсессионная работа - 2											45							
Третья сессия																			
15	Модуль 7. Многочлены. Канонический вид. Разложение на множители. Метод неопределенных коэффициентов. Целочисленные коэффициенты. Теорема Виета. Симметрические многочлены.			10								2							
16	Модуль 8			10								2							

	Применение свойств функций. Анализ разрешимости уравнений. Теорема о промежуточном значении. Уравнения с параметрами. Оценки значений функций.																		
17	Модуль 9 Окружности. Вписанные углы. Вписанные и описанные многоугольники. Применение метрических теорем и векторных методов к вычислению расстояний и углов в комбинациях многоугольников и окружностей.				10								2						
18	Олимпиада - 3												2						
19	Выполнение исследовательской работы - 3				2													6	
20	Матбой - 3		2		2														
21	Межсессионная работа - 3																	45	
Четвертая сессия																			
22	Модуль 10 Перестановки, сочетания, размещения с повторениями. Полиномиальная теорема. Применение свойств многочленов. Суммирование и подсчет несколькими способами. Основы теории вероятностей. Формула полной вероятности, теорема Байеса. Последовательности																		
					10													2	

	испытаний Бернулли. Решение уравнений специальных видов. Целочисленные уравнения. Применение свойств многочленов. Применение аналитических методов.														
23	Модуль 11 Применение производной. Касательная. Общие касательные графиков. Анализ экстремумов. Экстремальные задачи. Показательные, логарифмические, тригонометрические функции. Решение уравнений и неравенств. Применение аналитических методов. Параметры.			10							2				
24	Модуль 12 Стереометрия. Тетраэдры. Пирамиды. Сечения. Двугранные углы. Применение векторов в стереометрии.			10							2				
25	Олимпиада - 4						2								
26	Выполнение исследовательской работы - 4			2			2				6				
27	Итоговый зачет							4							
28	Межсессионная работа - 4										45				
Итого:		6		134			16		4		228				

### Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

#### 3.1. Методическое обеспечение

##### 3.1.1. Методические указания по освоению дисциплины

Основное содержание программы представляет собой изложение методов решения задач преподавателями, демонстрация примеров применения и отработка навыков решения задач рассмотренными методами. Используется цикличность

обучения: после того, как обучающимся продемонстрировали идею или метод, задачи, которые могут быть решены таким способом, включаются во все следующие разделы. Например, во время первой сессии будет продемонстрирован поиск инварианта в логических построениях. В дальнейшем выделение инвариантной величины встретится в задачах на остатки, при работе с параметрами, при исследовании расположения корней многочленов, при исследовании взаимных расположений окружностей и т.д.

Таким образом, продвижение по программе происходит с накоплением технических и методических возможностей и с расширением применимости в новых теоретических разделах.

Основная часть времени посвящена активным образовательным технологиям: решению задач под руководством преподавателя в малых группах, совместному решению задач группой учащихся с последующей защитой решения, соревнованиям – олимпиадам или командным матбоям.

№	Форма организации образовательного процесса	Соотношение численности детей и преподавателей
1.	Демонстрация теории и примеров решения задач преподавателем	Поток до 40 чел одной параллели.
2.	Тренинги по решению задач, устная защита решений (практическая работа)	Работа в группах, не более 15 человек в группе, 1 преподаватель на группу.
3.	Олимпиада (индивидуальное письменное соревнование)	Работа в группах, не более 15 человек в группе, 1 преподаватель на группу.
4.	Матбой (командное соревнование, решение задач группой учащихся и последующая защита работ путем публичного представления решений)	Максимально шесть команд по 5 человек, два-три преподавателя, проводящих один матбой. Один раз в сессию.
5.	Выполнение и защита исследовательской работы (индивидуальное выполнение заданий исследовательского характера, выполняемое под руководством преподавателя в течение сессии или в более длительный период, до года, завершающийся написанием текста и публичной защитой).	Во время сессии – выполнение несложной работы исследовательского характера. Выполнение более сложной работы между сессиями. Под руководством преподавателя.
6.	Выполнение письменного домашнего задания (индивидуальный тренинг)	Индивидуальная работа по письменным заданиям.
7.	Работа в среде дистанционного обучения (знакомство с примерами решения задач, индивидуальный тренинг по поиску идей решения задач, отработка технических приемов)	Индивидуальная работа по материалам, размещенным в системе дистанционного обучения. Работа между сессиями.

### 3.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

Ресурсами, используемыми в программе, являются:



1. Комплекты методических материалов. Эти комплекты соответствуют каждому модулю, разрабатываются преподавателями и раздаются обучающимся в качестве раздаточного материала. Также помещаются в дистанционную систему обучения. Комплект состоит из:

Теоретических сведений по модулю.

Примеров выполнения заданий.

Примеров решения олимпиадных задач по теме модуля.

Комплекта задач для самостоятельной работы.

Ответов и решений задач для самостоятельной работы.

Темы комплектов соответствуют названиям модулей

Число комплектов: 20

Число распечаток каждого комплекта: по числу обучающихся.

2. Тренировочные тесты, реализуемые в системе дистанционного обучения.

Тесты разрабатываются преподавателями и загружаются в систему дистанционного обучения.

3. Учебники: перечень учебников приводится в списке литературы

В качестве дидактических материалов приведены примеры задач на тему «Расположение корней квадратной функции».

Эти примеры решения задач включаются в методический комплект, который выдается обучающимся.

Характерной особенностью методических комплектов является наличие подборок (серий) задач, посвященных одной теме, показывающих многостороннее применение обсуждаемых идей и методов, возрастающих по трудности решения. Решения задач написаны подробно и не требуют дополнительных комментариев преподавателя, т.е. применимы для самостоятельного изучения.

**Задача 1.** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $ax^2 - (a^2 + 3)x + 2 = 0$  имеет два корня разных знаков?

**Решение.** Для того, чтобы уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имело два корня разных знаков, необходимо и достаточно, чтобы имел место один из двух случаев: функция  $y = ax^2 + bx + c$  при  $x = 0$  принимает отрицательное значение, а коэффициент перед  $x^2$  положителен, или наоборот,  $y = ax^2 + bx + c$  при  $x = 0$  принимает положительное значение, а коэффициент перед  $x^2$  отрицателен.

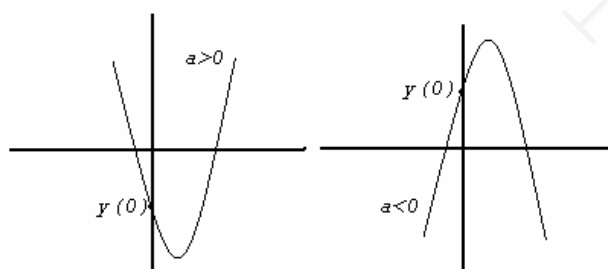


Рис. к задаче 1

Коротко это условие можно записать как  $y(0) \cdot a < 0$ , где  $y(0)$  - значение функции при  $x = 0$ . Обратите внимание на то, что выполнение этого условия гарантирует существование двух корней. Объяснение простое: если ветви параболы направлены вверх, и существует точка, в которой функция принимает отрицательное значение (в нашем случае – это точка  $x = 0$ ), то парабола пересекает ось  $Ox$  в двух точках.

Если корни уравнения лежат по разные стороны от числа  $x^*$ , то  $x^*$  называется *разделяющей точкой*. Очевидно, корни лежат по разные стороны от разделяющей точки тогда и только тогда, когда  $y(x^*) \cdot a < 0$ .

В задаче 9 соответствующее условие выглядит как  $2 \cdot a < 0$ , где 2 – значение функции  $y = ax^2 - (a^2 + 3)x + 2$  при  $x=0$ ,  $a$  – коэффициент перед  $x^2$ . Ответ, очевидно,  $a < 0$ .

Задачу можно было бы решить с использованием теоремы Виета. Очевидно, уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня разных знаков тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases}. \text{ Отметим, что при таком способе решения требуется вычислять дискриминант и}$$

накладывать условие существования корней.

**Ответ:** при  $a < 0$ .

### 3.1.3. Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Оценка работы по итогам каждой сессии проводится по 100 – балльной шкале.

Содержательный модуль	Оценка в баллах	Кто оценивает
Решение задач на практических занятиях (3 модуля в течение одной сессии)	0 – 30 (1 балл за задачу, макс. 10 баллов за модуль)	Преподаватель, проводящий практические занятия
Выполнение исследовательского задания	0-20 (1 балл за задачу)	Преподаватель, проводящий практические занятия
Выполнение домашнего задания	0-20 (1 балл за задачу)	Преподаватель, проводящий практические занятия или проверяющий домашнее задание
Олимпиада	0-20 (до 3 баллов за задачу)	Жюри олимпиады, в которое входят преподаватели
Матбой	0-10 (до 10 баллов за решение задачи, до 3 баллов за оппонирование и рецензирование, макс оценка 10 баллов)	Преподаватели, проводящие матбой
Итого	100	

Итоговая аттестация в форме зачета.

### 3.1.4. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства).

Пример заданий олимпиады:

1. При каждом значении параметра  $a$  решить уравнение  $f(x) = a$ , где  $f(x) = \max_{t \in [x-1, x]} (4t - t^2 - 3)$ .

2. Многочлен  $f(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$  с коэффициентами  $p, q \geq 0$  имеет три вещественных нуля. Докажите, что  $f(1) \geq 8$ .

3. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $x^2 - (a-2)x - 2a - 4 < 0$  выполняется при всех  $x$ , для которых  $|x+1| < 2$ ?
4. Дано уравнение  $\sqrt{x^6 + x^4 + x^2 + 4} = \sqrt{10x^4 + 50x^2 + 1} + 1$ . Найти сумму и произведение его корней.
5. Медианы прямоугольного треугольника, проведенные к катетам, равны соответственно  $\sqrt{52}$  и  $\sqrt{73}$ . Найдите медиану, проведенную к гипотенузе.
6. В квадрате ABCD точка K лежит на стороне BC и делит ее в отношении BK:KC=2:1, точка M – середина стороны AB. Найдите отношения, в которых отрезки AK и DM делят друг друга.

### 3.1.5. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Анкета-отзыв о содержании и качестве преподавания

дисциплины «Углубленная олимпиадная исследовательская математика»

Просим Вас заполнить анкету. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования учебного процесса. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). Впишите свои комментарии.

1. *Оцените содержание преподавания, насколько полно и глубоко представлен теоретический и практический материал.*

1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

Комментарий \_\_\_\_\_

2. *Насколько Вы удовлетворены тщательностью разбора задач? Напишите самые важные моменты, на которые должен обратить внимание преподаватель.*

1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

Комментарий \_\_\_\_\_

3. *Оцените трудоемкость обучения. Опишите основные затруднения.*

1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

Комментарий \_\_\_\_\_

## 3.2. Кадровое обеспечение

### 3.2.1. Образование и (или) квалификация преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

Преподаватели должны иметь высшее образование по профилю, иметь опыт не менее 1 года проведения математических кружков, спецкурсов, олимпиадной подготовки школьников и т.п., желательно иметь степень кандидата или доктора физико-математических наук.

Для проведения практических занятий, олимпиад, матбоев, составления заданий для домашней работы и составления методических материалов преподаватели должны обладать знаниями и иметь компетенции:

- знать теоретическую и практическую составляющие программы,
- знать основные методы решения олимпиадных задач,
- уметь оценивать решения олимпиадных задач, предложенные обучающимися, в частности, выделять предложенную идею, находить логические ошибки, оценивать полноту выполнения технических этапов,
- знать критерии оценивания работ итоговой аттестации по программам среднего общего образования,

- иметь опыт работы с группой обучающихся, имеющих существенно разную базовую подготовку.

### **3.2.2. Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не предусмотрено

### **3.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

#### **3.3.1. Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Для проведения аудиторных занятий необходимы стандартно оборудованные учебные кабинеты, соответствующие санитарным и строительным нормам и правилам.

#### **3.3.2. Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Необходимо традиционное оборудование учебных классов:

- маркерная доска и маркеры;
- учебная мебель, столы, стулья;
- шкафы, книжные полки;
- занавески или жалюзи;
- персональный компьютер для преподавателя;
- периферийное компьютерное оборудование – принтер, сканер, видеопроектор, экран.

На персональных компьютерах должны быть установлены: ОС Windows, пакет программ для работы с текстами, электронными таблицами и графиками (Microsoft Office, Adobe Acrobat), антивирусное программное обеспечение.

#### **3.3.3. Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрено

#### **3.3.4. Характеристики специализированного программного обеспечения**

Используется среда дистанционного образования, позволяющая

- подключать обучающихся и преподавателей,
- размещать методические материалы и организовывать материалы в единую структуру,
- размещать задания в виде тестов,
- размещать задания в виде письменных заданий, требующих в качестве ответа загружать файлы с текстом и рисунки,
- организовывать форумы или обсуждение, доступное всем участникам учебной группы,
- контролировать выполнение заданий обучающимися.

#### **3.3.5. Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Для обеспечения аудиторных занятий требуются маркеры цветные для досок, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи для принтеров, флеш-накопители и др. Необходимое количество расходных материалов в расчете на одну группу обучающихся определяется в смете, которая составляется в установленном порядке.

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1. Список обязательной литературы**

Не предусмотрено

#### **3.4.2. Список дополнительной литературы**

1. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике. 2014 г. М.: МЦНМО, 2015, - 160 с.

2. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике. 2015 г. М.: МЦНМО, 2016, - 128 с.
3. Н. Агаханов. Всероссийские олимпиады школьников по математике. 1993-2009. М.: МЦНМО, 2017, - 552 с.
4. Избранные задачи олимпиады школьников СПбГУ по математике // СПб.: ВВМ, 2013
5. Берлов С.Л., Иванов С.В., Кохась К.П. Петербургские математические олимпиады / СПб.: Издательство «Лань», 1998
6. Р.М.Федоров, А.Я.Канель-Белов, А.К.Ковальджи, И.В.Ященко. Московские математические олимпиады. 1993-2005, М.: МЦНМО, 2006, - 464 с.
7. Шаповалов А.М., Медников Л.Э. Как готовиться к математическим боям. 4000 задач турнира им. А.П.Савина // М.: МЦНМО, 2017
8. Балаян Э.Н. 750 лучших олимпиадных и занимательных задач по математике 7-8 классы // Ростов-наДону, Феникс, 2017
9. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре. // 8-9 кл. М.: Просвещение, 2010.
10. Мордкович А.Г., Николаев Н.П. Алгебра. В 2 ч. Ч.1 Учебник для 9 кл. // М.: Мнемозина, 2014
11. Мордкович А.Г., Николаев Н.П. Алгебра. В 2 ч. Ч.2 Учебник для 9 кл. // М.: Мнемозина, 2014
12. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др. (под ред. Дорофеева Г.В.) Математика: алгебра, функции, анализ данных. // 8 кл. М.: Просвещение, 2015
13. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др. (под ред. Дорофеева Г.В.) Математика: алгебра, функции, анализ данных. // 9 кл. М.: Просвещение, 2014
14. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. // Алгебра и математический анализ. / В 2 т. Т.1 10 кл. Т.2 11кл. М.: Мнемозина, 2013
15. Мордкович А.Г., Звавич Л.И. Алгебра и начала анализа. (Профильный уровень) // 10-11 кл. М.: Мнемозина, 2013
16. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.И. Алгебра и начала анализа. // В 2 т. Т.1 10 кл. Т.2 11кл. М.: Просвещение, 2014.
17. Виноградов И.М. Основы теории чисел. Любое издание.
18. Н.Я. Виленкин, А.Н.Виленкин, П.А.Виленкин. Комбинаторика // М.: МЦНМО, 2007
19. В.В. Прасолов. Многочлены // М.: МЦНМО, 2003
20. И.Ф. Шарыгин. Факультативный курс по математике. Решение задач. 10 кл. М.: Просвещение, 1989, - 352 с.
21. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. Факультативный курс по математике. Решение задач. 11 кл. М.: Просвещение, 1991, - 384 с.
22. М.И. Башмаков, Б.М. Беккер, В.М. Гольховой, Ю.И. Ионин. Алгебра и начала анализа: задачи и решения. М.: Высшая школа, 2004.
23. О.А.Иванов. Практикум по элементарной математике: Алгебро-аналитические методы. М.: МЦНМО, 2001, - 320 с.
24. О.А.Иванов. Задачи по алгебре и началам анализа. СПб.: БХВ-Петербург, 2005, - 384 с.
25. Калинин А.Ю, Терешин Д.А. Геометрия 10-11 кл. // М.: МЦНМО, 2011
26. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. // М.: МЦНМО, 2006
27. Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф. Задачи по стереометрии // М.: Наука, 1989

28. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии. 7-11 классы. // СПб.: Петроглиф, Виктория плюс, 2012.
29. Зив Б.Г. Дидактические материалы по геометрии для 8-11 класса // М.: Просвещение, 2002-2003.
30. Зив Б.Г, Мейлер В.М, Баханский А.Г. Задачи по геометрии. 7-11 кл. // М.: Просвещение, 2003
31. Г.И. Вольфсон, М.Я. Пратусевич, С.Е. Рукшин, К.М. Столбов, И.В. Яценко ЕГЭ 2016 Математика. Арифметика и алгебра. // М., МЦНМО, 2016
32. С.А.Шестаков ЕГЭ 2016 Математика. Задачи с параметром// М., МЦНМО, 2016
33. С.А.Шестаков ЕГЭ 2017 Математика. Неравенства и системы неравенств// М., МЦНМО, 2017
34. Гордин Р.К. ЕГЭ 2017 Математика. Геометрия. Стереометрия // М., МЦНМО, 2017
- Гордин Р.К. ЕГЭ 2017 Математика. Решение задачи 16 (Профильный уровень) // М., МЦНМО, 2017

### **3.4.3. Перечень иных информационных источников**

Официальный сайт Санкт-Петербургского государственного университета [www.spbu.ru](http://www.spbu.ru)

Электронные ресурсы на сайте Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ

<http://www.library.spbu.ru/er/>

Московский центр непрерывного математического образования

<https://www.mccme.ru/>

Журнал Квант

<http://kvant.ras.ru/>

## **4. Разработчики программы**

Головачев Григорий Михайлович

к.ф.-м.н., преподаватель Академической гимназии им. Д.К. Фаддеева СПбГУ

+79119273712

[g.golovachev@spbu.ru](mailto:g.golovachev@spbu.ru)

Комитет общего и профессионального образования Ленинградской области  
Государственное бюджетное учреждение дополнительного  
образования «Ленинградский областной центр развития творчества  
одаренных детей и юношества «Интеллект»  
Санкт-Петербургский государственный университет

Приложение к дополнительной общеобразовательной программе

**«Углубленная, олимпиадная и исследовательская математика»**

Выполнение и защита индивидуального проекта /  
Execution and Defense of the Individual Project

Возраст обучающихся: 14 – 17 лет  
Срок реализации: 1 календарный год  
(144 аудиторных часа)

Автор программы:  
Головачев Г.М., к.ф.-м.н.,  
преподаватель Академической  
гимназии им. Д.К. Фаддеева СПбГУ

Санкт-Петербург  
п. Лисий Нос  
2018 г.

## Раздел 1. Характеристики учебных занятий

### 1.1. Цели и задачи учебных занятий

Основной целью изучения дисциплины является развитие у обучающихся навыков исследовательской и проектной деятельности, формирование современного научного мировоззрения.

В области воспитания личности целью преподавания дисциплины «Защита индивидуального проекта» является формированию личностных качеств:

- умение вести дискуссию, уважительно относиться к мнению оппонента;
- умение учиться, осознание важности образования и самообразования в жизни;
- умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;
- способность применять полученные знания на практике.

### 1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

### 1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

#### Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимся:

По результатам обучения обучающийся должен знать: основные положения теоретического аппарата в выбранной области исследования, основные методы решения задач и проведения вычислений в этой области, примеры выполнения исследовательских работ другими авторами, порядок выполнения исследования, правила письменного и публичного представления полученных результатов.

По результатам обучения обучающийся должен уметь: формулировать цели, задачи, методы и результаты исследования, проводить необходимые вычисления и доказательства, представлять результаты в виде формул, текста, графиков.

По результатам обучения обучающийся должен обладать навыками: формулирования постановки задачи и полученных результатов, публичных выступлений с докладом, рецензией, критикой.

### 1.4. Перечень активных и интерактивных форм учебных занятий

Решение исследовательской задачи под руководством преподавателя, публичные выступления с докладом.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1. Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся															
Период обучения (модуль)	Контактная работа обучающихся с преподавателем										Самостоятельная работа			Интерактивных	Трудоемкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам.раб. с использованием методических материалов		
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>															
<b>Форма обучения очно-заочная</b>															



31учетная неделя			22			6		2			150				30	5
<b>ИТОГО</b>			<b>22</b>			<b>6</b>		<b>2</b>			<b>150</b>					

Формы текущего контроля успеваемости, виды промежуточной и итоговой аттестации																
Период обучения (модуль)			Формы текущего контроля успеваемости				Виды промежуточной аттестации				Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)					
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																
<b>Форма обучения очно-заочная</b>																
31учетная неделя											Защита выпускной работы					

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

### Основной курс      Основная траектория

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Виды учебных занятий, часов														
		Контактная работа обучающихся с преподавателем										Самостоятельная работа				
		лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам. раб.)	промежуточная аттестация (сам. раб.)
<b>Первая сессия</b>																
1	Обсуждение теоретических сведений, постановка задачи, знакомство с методами решения.				4				2							
2	Межсессионная работа – 1. Решение поставленной задачи.				2								50			
<b>Вторая сессия</b>																
3	Решение задачи и обсуждение с научным руководителем				4				2							
4	Межсессионная работа – 2. Решение поставленной задачи.				2								50			
<b>Третья сессия</b>																
5	Решение задачи и				4				2							

	обсуждение с научным руководителем															
6	Межсессионная работа – 3. Решение поставленной задачи. Написание текста работы.			2								50				
Четвертая сессия																
7	Решение задачи и обсуждение с научным руководителем. Формулирование результатов.			4												
8	Защита работы.								2							
	Итого:			22				6	2			150				

### Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

#### 3.1. Методическое обеспечение

##### 3.1.1. Методические указания по освоению дисциплины

Исследовательская работа – творческая работа по решению задачи и (или) получение и последующий анализ информации с заранее неизвестным результатом. Исследовательская работа состоит из основных этапов, признанных как составные части научного исследования (анализ имеющихся сведений, формулирование гипотезы, выбор метода исследования, получение новых фактов, анализ результатов и др.). Результатом выполнения исследовательской работы является научное знание – выявление и, по возможности, решение какой-либо проблемы.

1. Обучающимся предлагается выполнить исследовательскую работу и сообщаются темы, предложенные научными руководителями.

Примерный список тем:

Распределения чисел специального вида в арифметических прогрессиях.

Свойства многочленов с заданными условиями на коэффициенты.

Экстремальные свойства вписанных многоугольников.

2. В течение первой сессии все обучающиеся, приступившие к выполнению работы, имеют возможность общения с научным руководителем с целью знакомства с теоретическими сведениями и методами решений задач. По результатам работы на первой сессии выясняется возможность дальнейшей работы обучающегося над задачей.
3. Работа в межсессионный период проводится с использованием дистанционных средств и методов.
4. Во время второй и третьей сессии проводится обсуждение полученных результатов с научным руководителем, уточнение методов решения, анализ результатов, подготовка текста работы.
5. Во время четвертой сессии происходит формулирование результатов и выводов, подготовка к публичной защите работ.
6. Защита работы проводится перед комиссией, состоящей из преподавателей, привлеченных к работе по настоящей ДОП.

##### 3.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

В качестве методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются литература и научные статьи по теме исследования.

### 3.1.3. Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Оценивание работы во время итоговой аттестации проводится по столбальной шкале.

Степень понимания поставленной задачи	
Обоснована актуальность темы, четко сформулирована цель работы, проявлено понимание сущности поставленной задачи	8 – 10
Содержание работы в целом соответствует заявленной теме, но цели и задачи сформулированы недостаточно четко	3 – 7
Работа не соответствует заявленной теме	0 – 2
Анализ современного состояния рассматриваемой проблемы	
Приведен анализ современного состояния рассматриваемой проблемы	15 – 20
Анализ современного состояния рассматриваемой проблемы проведен недостаточно полно	5 – 14
Анализ современного состояния рассматриваемой проблемы проведен в недостаточной степени, опущены наиболее значимые результаты	0 – 4
Решение проблемы и получение результатов	
Аргументированно выбраны необходимые методы, использованы оригинальные идеи, получены новые, неизвестные до защищаемой работы, результаты (для исследовательских работ), заявленная цель проекта достигнута (для проектов)	30 – 40
Выбраны необходимые методы, получены результаты, не являющиеся оригинальными, цель проекта достигнута, но не полностью	11 – 29
Выбраны неподходящие методы, результаты не получены или не являются полными, законченными, цель проекта не достигнута	0 – 10
Представление работы в виде текста	
Материал работы изложен структурировано и логично, приведены все необходимые этапы работы (см. Требования к Индивидуальному проекту)	10 – 15
Материал изложен непоследовательно или нечетко, но приведены все необходимые этапы работы (см. Требования к Индивидуальному проекту)	4 – 9
Материал изложен фрагментарно, и (или) отсутствуют значимые этапы работы (см. Требования к Индивидуальному проекту)	0 – 3
Презентация работы	
Продемонстрировано владение всем материалом, показана способность вести дискуссию, даны аргументированные ответы на все вопросы, заданные комиссией	10 – 15
В целом продемонстрировано владение материалом, даны ответы на большинство вопросов, заданных комиссией. Возможно, презентация было проведена сбивчиво и нелогично.	4 – 9
Презентация проведена частично или хаотично. В процессе дискуссии не даны ответы на большинство вопросов, заданных комиссией	0 – 3

Эти же критерии используются при проведении текущей аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме «по результатам текущего контроля»

### 3.1.4. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства).

Не предусмотрены

### 3.1.5. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Анкета-отзыв о содержании и качестве преподавания дисциплины «Выполнение и защита индивидуального проекта»

Просим Вас заполнить анкету. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования учебного процесса. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). Впишите свои комментарии.

4. *Оцените содержание преподавания, насколько полно и глубоко представлен теоретический и практический материал.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

5. *Насколько Вы удовлетворены тщательностью обсуждения методики исследования? Напишите самые важные моменты, на которые должен обратить внимание преподаватель.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

6. *Оцените трудоемкость обучения. Опишите основные затруднения.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

## 3.2. Кадровое обеспечение

### 3.2.1. Образование и (или) квалификация преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

Преподаватели должны иметь высшее образование по профилю, иметь опыт не менее 1 года проведения математических кружков, спецкурсов, олимпиадной подготовки школьников и т.п., желательно иметь степень кандидата или доктора физико-математических наук.

Для руководства исследовательскими работами преподаватели должны обладать знаниями и иметь компетенции:

- знать основные методы решения олимпиадных и (или) исследовательских задач,
- иметь опыт научной работы,
- иметь опыт научного руководства,
- уметь оценивать решения исследовательских задач, предложенные обучающимися, в частности, выделять предложенную идею, находить логические ошибки, оценивать полноту выполнения технических этапов,
- уметь вести научную дискуссию, формулировать рецензии и заключения комиссии, уметь работать в составе жюри конференции школьников.

### 3.2.2. Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

Не предусмотрено

## 3.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

### 3.3.1. Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Для проведения аудиторных занятий необходимы стандартно оборудованные учебные кабинеты, соответствующие санитарным и строительным нормам и правилам.

### **3.3.2. Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Необходимо традиционное оборудование учебных классов:

- маркерная доска и маркеры;
- учебная мебель, столы, стулья;
- шкафы, книжные полки;
- занавески или жалюзи;
- персональный компьютер для преподавателя;
- периферийное компьютерное оборудование – принтер, сканер, видеопроектор, экран.

На персональных компьютерах должны быть установлены: ОС Windows, пакет программ для работы с текстами, электронными таблицами и графиками (Microsoft Office, Adobe Acrobat), антивирусное программное обеспечение.

### **3.3.3. Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрено

### **3.3.4. Характеристики специализированного программного обеспечения**

Используется среда дистанционного образования, позволяющая

- подключать обучающихся и преподавателей,
- размещать методические материалы и организовывать материалы в единую структуру,
- размещать задания в виде письменных заданий, требующих в качестве ответа загрузить файлы с текстом и рисунки,
- контролировать выполнение заданий обучающимися.

### **3.3.5. Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Для обеспечения аудиторных занятий требуются маркеры цветные для досок, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи для принтеров, флеш-накопители и др. Необходимое количество расходных материалов в расчете на одну группу обучающихся определяется в смете, которая составляется в установленном порядке.

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1. Список обязательной литературы**

Не предусмотрено

### **3.4.2. Список дополнительной литературы**

Не предусмотрено

### **3.4.3. Перечень иных информационных источников**

Официальный сайт Санкт-Петербургского государственного университета [www.spbu.ru](http://www.spbu.ru)

Электронные ресурсы на сайте Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ

<http://www.library.spbu.ru/er/>

Московский центр непрерывного математического образования

<https://www.mccme.ru/>

Журнал Квант

<http://kvant.ras.ru/>

## **4. Разработчики программы**

Головачев Григорий Михайлович

к.ф.-м.н., преподаватель Академической гимназии им. Д.К. Фаддеева СПбГУ

+79119273712

[g.golovachev@spbu.ru](mailto:g.golovachev@spbu.ru)