B-37

1	2	3	4	5	Σ
1	10	4	0	0	15

Задача 1.

Считая фанеру достаточно большой можно утверждать, что брусок двигаясь по ней, остановится относительно фанеры.

$\vec{v}_{бф} = \vec{v}_б - \vec{v}_{ф0}$

Т.к. $\angle \vec{v}_б \vec{v}_{ф0} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_{бф}^2 = v_б^2 + v_{ф0}^2 = v^2 + 3v^2 = 4v^2$

Значит,

$\frac{m^* v_{отн}^2}{2} = 2\mu g L$, m^* - приведённая масса, L — путь, пройденный бруском. $v_{отн} = v_{бф}$

$\frac{m^2}{2m \cdot 2} v_{отн}^2 = 2\mu g m L$

$v^2 = 2\mu g L$

По закону сохр. энергии:

$\frac{m v_б^2}{2} + \frac{m v_{ф0}^2}{2} = 2\mu g m L + \frac{m v_{ф0}'^2}{2}$

$4v^2 = 2v^2 + v_{ф0}'^2$

$v_{ф0}' = v\sqrt{2}$, а скорость бруска, останов. на фанере, равна скорости фанеры.

Ответ: $v\sqrt{2}$.

B-37.

Задача 2.

Пусть ϑ_x^2 и U_x – проекции скоростей тележки и бруска соответственно после I соударения на горизонтальную сонаправленную со скоростью тележки ось. Тогда:

$$\begin{cases} m\vartheta_{0x}^2 = MU_x + m\vartheta_x^2 \\ \frac{m\vartheta_{0x}^2}{2} = \frac{MU_x^2}{2} + \frac{m\vartheta_x^{2\,2}}{2} \end{cases}$$

Решив данную систему имеем:

$$\begin{cases} U_x = \frac{\vartheta_{0x}}{2} \\ \vartheta_x^2 = -\frac{\vartheta_{0x}}{2} \end{cases}$$

А это значит, что после каждого соударения скорость уменьшается вдвое.

По закону сохранения энергии:

$$\frac{mU_x^2}{2} = \mu mgL_1,$$ где L_1 – расстояние на которое отъедет брусок после соударения.

$$L_1 = \frac{U_x^2}{2\mu g} = \frac{1}{2\mu g}\frac{\vartheta_{0x}^2}{2^2}$$

Аналогично для второго бруска имеем:

$$L_1' = \frac{\left(\frac{U_x}{2}\right)^2}{2\mu g} = \frac{1}{2\mu g}\cdot\frac{\vartheta_{0x}^2}{2^4}$$

А скорость тележки после соударение со вторым бруском равновнова уменьшенной вдвое скоростью. То есть можно утверждать, что для I бруска некоторое i-ое расстояние на которое он уедет после соударения равно:

$$L_i = \frac{1}{2\mu g}\cdot\frac{\vartheta_{0x}^2}{2^{(i+1)2}}$$

А для II:

$$L_i' = \frac{1}{2\mu g}\cdot\frac{\vartheta_{0x}^2}{2^{4i}}$$

Из-за отсутствия трения тележка не остановится никогда, но:

$$S_1 = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2\mu g} \cdot \frac{v_{0x}^2}{2^{(2i+1)\cdot 2}} = \frac{v_{0x}^2}{2\mu g} \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2^{4i+2}} =$$

$$= \frac{v_{0x}^2}{2\mu g} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2 v_{0x}^2}{15\mu g}$$

У бесконечно малой функции значение предела точно определено.

$$S_2 = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\mu g} \cdot \frac{v_{0x}^2}{2^{4i}} = \frac{v_{0x}^2}{2\mu g} \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^{4i}} = \frac{v_{0x}^2}{30\mu g}$$

Значит, I брусок от изначального положения сдвинется на S_1, а II на S_2.

Ответ: $\frac{2 v_{0x}^2}{15\mu g}$; $\frac{v_{0x}^2}{30\mu g}$.

В-37

Задача 3.

Существуют промежутки на которых скорость постоянна.
То есть:

1 м = усл. ед.

$$k v^2 = \frac{4}{3} \rho_0 \pi g r^2$$

v^2 узнаётся как тангенс угла наклона прямой (но взятый со знаком „+").

$$\frac{1}{2} k v^2 \cdot 2 = \frac{4}{3} 2^3 \rho_0 \pi \frac{1}{2} g \frac{1}{2^2} r^2$$

$$k v^2 = \frac{4}{3} \cancel{2^3} \rho_0 \pi g \left(\frac{p_0 + \rho_0 g H}{p_0 + \rho_0 g h}\right)^{\frac{2}{3}} r_0^2$$

В-37.

Задача 4.

Т.к. температура в левом цилиндре постоянна, значит жидкость не нагревается и теплообмен идёт только в окр. среду. Значит газ теплоизолирован ⇒ процесс идущий в правом колене - изобарный, значит газ сжался и уровень воды в правом цилиндре выше.

Процесс во втором цилиндре - изотермический ⇒

$p_0 S L = p_2 S(L+2h)$, где S - площадь поперечного сечения цилиндра.

$p_0 L = p_2(L+2h) \Leftrightarrow p_2 = p_0 \frac{L}{L+2h}$

Для правого можно записать:

$$\frac{SL}{T} = \frac{S(L-2h)}{T_0} \Rightarrow T = \frac{L}{L-2h} T_0$$

Ответ: $\frac{L}{L-2h} T_0$

Задача 2.

Нет трения между колёсами тележки и полом? — да

Требуется найти расстояние между брусками после бесконечного числа соударений? — да.

Задача 3.

Следует ли учитывать массу пузырька?

Нет

Задача 5.

Имеют ли диоды и батарейка внутреннее сопротивление?

Задача 2.

Нужно ли учитывать изначальное расстояние между тележками?

Задача 4.

Изменялось давление газа в правом цилиндре в течении всего процесса?

Происходит только теплообмен с окружающей средой? (Нет обмена тепла с окружающ?)

Это вопрос не по условию задачи

$(p_0+\rho g H)\frac{4}{3}\pi r_0^3 = (p_0+\rho g h)\frac{4}{3}\pi r^3$

$(H-h(t))' = -h'(t)$

$r^3 = \left(\frac{p_0+\rho g H}{p_0+\rho g h}\right) r_0^3$ п. 3 - 1 балл

$pV = \nu R T$

$0 = k r v - \rho_0 g \frac{4}{3}\pi r^2$ п. 1 - 1 балл

$p\mu = \rho R T$

$\rho V \frac{dv}{dt} = \rho_0 g V - k r v$

$\rho V\, dv = \rho_0 g V - k r\, dh$

$\frac{\mu(p_0+\rho g h)\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{RT} = \rho_0 g \frac{4}{3}\pi r^3 - k r\, dh$

$0 = k r v - \rho_0 g \frac{4}{3}\pi r^3$

$-k\frac{dh}{dt} = \frac{4}{3}\rho_0 g \pi r^2$

$dh>0 \downarrow \quad \uparrow dh<0$

h

$-dh = \frac{4}{3}\frac{\rho_0 g\pi}{k} r^2\, dt$

$0 = (p_0+\rho_0 g h)\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = k r v$

$k\frac{dh}{dt} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{p_0+\rho_0 g H}{p_0+\rho_0 g h}\right)^{\frac{2}{3}} r_0^2$ п. 3 - 1 балл

$k(p_0+\rho_0 g h)^{\frac{2}{3}} dh = \frac{4}{3}\pi r_0^2 (p_0+\rho_0 g H)^{\frac{2}{3}} dt$

$k(\rho_0 g)^{\frac{2}{3}}\int\limits_{0}\left(\frac{p_0}{\rho_0 g}+h\right)^{\frac{2}{3}} d\left(\frac{p_0}{\rho_0 g}+h\right) = k(\rho_0 g)^{\frac{2}{3}}\frac{\left(\frac{p_0}{\rho_0 g}+h\right)^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}\Bigg|_{0}^{h_1} =$

$= \frac{4}{3}\pi r_0^2 (p_0+\rho_0 g)^{\frac{2}{3}} t\Big|_0^{t_1}$ верно зависимость $h(t)$

п. 4 - 1 балл

В-37.

Задача 1.

Для начала при помощи весов находим массу шприца: $m_{шпр} = 11{,}28$ г. (причём т.к. весы электронные мы считаем, что они не имеют погрешности).

Разность между плотностями крупы объясняется уменьшением расстояния между зёрнами. Причём мы можем считать, что плотность верхней крупы постоянна и мы можем её сосчитать, создав слой толщиной в одно зерно. Делаем это при помощи шприца. Объём такого слоя – 1 мл, а масса – 11,71 г. $\Rightarrow \rho_в = \frac{(11{,}71 - 11{,}28) г}{1 мл} = 0{,}43 \frac{г}{мл}$

Кроме того при большом кол-ве крупы мы можем сосчитать среднюю плотность, как отношение всей массы к объёму крупы. Для этого в шприц набираем крупу, измеряем объём и массу. Данные приведены в таблице с уже вычтенной массой шприца.

m, г	V, мл
5,85	7
8,84	10
10,50	12
11,93	14
13,04	16
14,95	17
16,88	19
17,77	20

1	2	Σ
2	2	4

Т.к. мы говорим об усреднённых значениях, то масса линейно зависит от объёма (более того эта зависимость – прямая пропорциональность). Её коэффициент (то есть $\rho_{ср}$) мы можем посчитать по формуле:

$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ Соответственно: $\rho_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i V_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i^2} = 0{,}87 \frac{г}{мл}$

Плотность крупы на дне:

$\rho_н = 2\rho_{ср} - \rho_в = 1{,}31 \frac{г}{мл}$

Т.к. мы считаем крупу как плотную упаковку одинаковых шариков, то $\rho_{ср} = \rho_з = 0{,}87 \frac{г}{мл}$

Плотность драже определяем следующим образом:

В шприц кладём крупу, а между крупы добавляем драже (я взял 4 драже). Соответственно, имея объём данной смеси, измеряем массу.

$V = 20$ мл $m = 28{,}58$ г $- m_{шпр} = 17{,}3$ г

Разность масс, полученных в I и II опытах, умноженная на величину, обратную средней плотности, дают объём 4 драже.

Тогда объём одного:

$$V_{др} = \frac{0{,}47\ г}{0{,}87\ \frac{г}{мл} \cdot 4} = 0{,}135\ мл$$

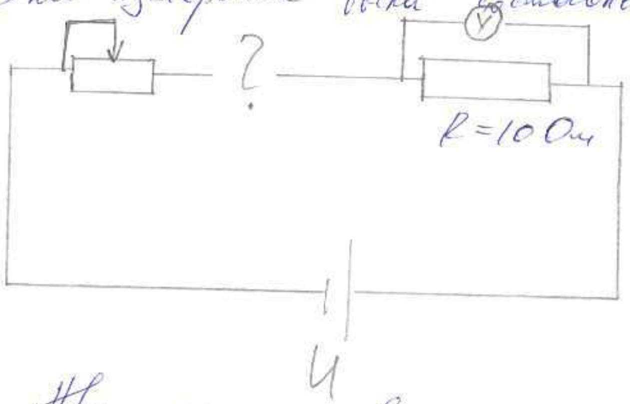
Массу одного драже считаем как отношение массы 10 драже к их количеству, тогда плотность:

$$\rho_{др} = \frac{0{,}48\ г}{0{,}135\ мл} = 3{,}56\ \frac{г}{мл}$$

Ответ: 1,31 $\frac{г}{мл}$; 0,87 $\frac{г}{мл}$, 3,56 $\frac{г}{мл}$.

Задача 2.

Для измерения была составлена В-37 следующая цепь:



? - чёрный ящик.

При помощи вольтметра измерялось напряжение на резисторе с известным сопротивлением, а т.к. цепь линейная, то измерялось (считалось по закону Ома) сила тока в цепи. А после вольтметр подключался параллельно чёрному ящику и измерялось напряжение на нём.

Результаты измерений приведены в таблице.

I, A	U, В
0,002	1,44
0,003	1,63
0,004	1,95
0,006	2,27
0,008	2,76
0,01	3,21
0,014	3,48.

Причём если мы поменяем полярность батарейки, то ток потечёт всё равно => в ящике лампочка.

В чёрном ящике может содержаться цепь вида:

 , т.к. ВАХ не сильно искривлена.