

Шифр:  
С-25

Всероссийская олимпиада школьников  
Региональный этап  
по математике  
2017/2018  
Ленинградская область

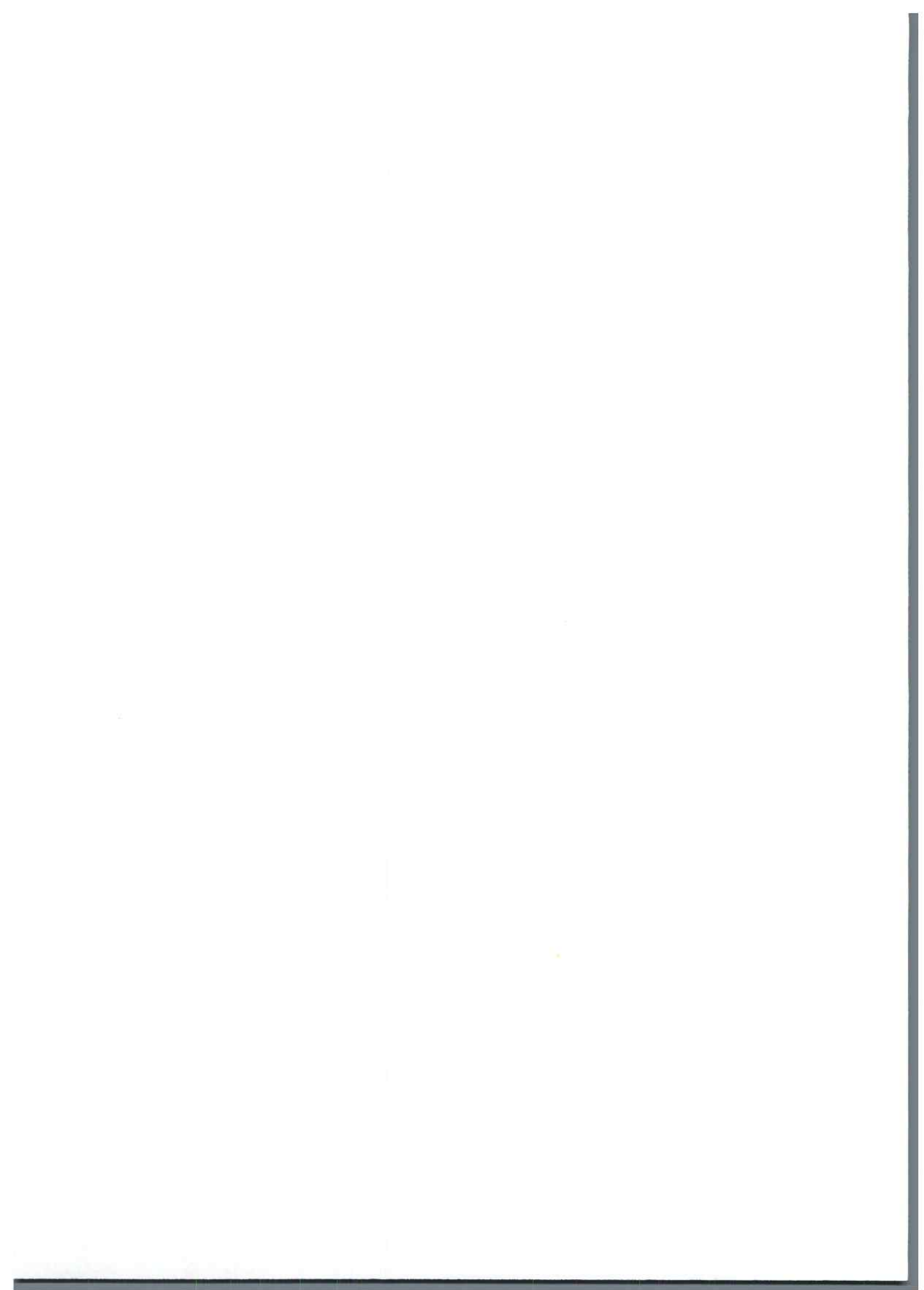
Район Гатчинский

Школа ЦДОУ „Гатчинский музей В“

Класс 11

ФИО Гаврилова Артёма

Владимировича.



6	7	8	9	10	<del>Σ</del>
7	5	7	0	0	19

√6

Пусть:

1)  $n = md$ ;  $m$  - натуральное,

2) в сумме будут все градусы  $\frac{i}{n-i}$ , где  $i$  - градус;  $0 \leq i \leq n-1$ .

3)  $\frac{i}{md-i} = d-1 \Rightarrow (d-1)(md-i) = i \Rightarrow i + md^2 - md - di = i \Rightarrow di = md^2 - md \Rightarrow$   
 $\Rightarrow i = m(d-1)$

4) Подставим:

$$\frac{m(d-1)}{md - m(d-1)} \quad m \text{ - натуральное} \Rightarrow \text{знаменатель не обратится в ноль} \Rightarrow \text{можно это сократить} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d-1}{d-(d-1)} = d-1 \Rightarrow \text{точно будет такая градус.}$$

√7.

$$f(x) + f(y) = 2f\left(\frac{x+y}{2}\right)f\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

1) Заметим  $x$  и  $y$  так:  $x = x_0 + y_0$ ;  $y = -y_0 + x_0$ :

$$f(x_0 + y_0) + f(x_0 - y_0) = 2f(x_0)f(y_0)$$

2) Заметим теперь так:  $x = x_0 - y_0$ ;  $y = x_0 + y_0$ :

$$f(x_0 + y_0) + f(x_0 - y_0) = 2f(x_0)f(-y_0)$$

3) Тогда:  $2f(x_0)f(y_0) = 2f(x_0)f(-y_0) \Rightarrow f(y_0) = f(-y_0) \Rightarrow$

$$\Rightarrow f(x) \text{ - четная}$$

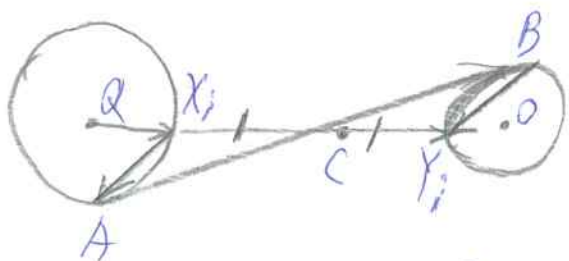


1) Пусть  $\omega_1$  лежит в начале координат, и имеет единичный радиус, а  $\omega_2$  имеет центр в точке  $O$ , и радиус  $r$ .

1) Пусть центр  $\omega_1 - Q$ , а центр  $\omega_2 - O$ .

2) Пусть  $C_i$  - центр  $X_i Y_i$ .

3)



$$\vec{QC} = \vec{QX_i} + \vec{X_iC}$$

$$\vec{X_iC} = \frac{1}{2} \vec{X_iY_i}$$

$$\vec{X_iY_i} = \vec{X_iA} + \vec{AB} + \vec{BY_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{QC_i} = \vec{QX_i} + \frac{\vec{AB} + \vec{X_iA} + \vec{BY_i}}{2}$$

$$\vec{QX_i} + \vec{X_iA} = \vec{QA}$$

$$\vec{QA} + \vec{AB} = \vec{QB} \Rightarrow \frac{\vec{QX_i} + \vec{QB} + \vec{BY_i}}{2} = \vec{QC}$$

5) Вытащим параллельный перенос на  $\vec{OB}$

$$\frac{\vec{QX_i} + \vec{OY_i}}{2} = \vec{QC} + \frac{\vec{QB} - \vec{OB}}{2} = \vec{QC} + \frac{\vec{QO}}{2}$$

6) Чтобы найти вектора совместно центры  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :



6)

~~предположим, что существует как минимум четыре, т.к. простое~~

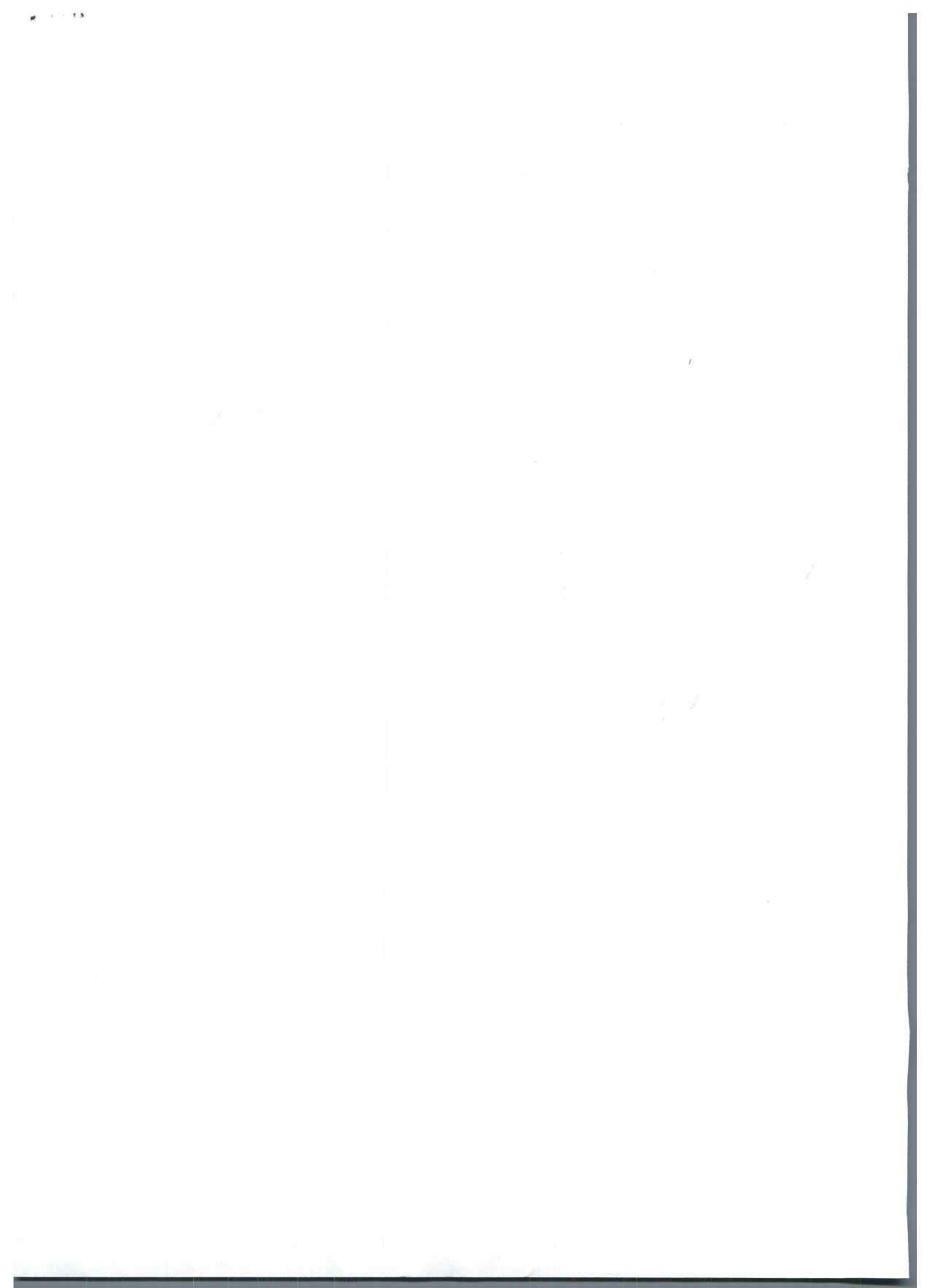
1. Возьмём некоторое  $k > 10^{2018}$
2. Пусть сумма всех простых меньше  $k$  равна  $m$ .

3. Если  $m$  делится на  $k$ , то такое число найдено. Иначе возьмём следующее простое за  $k$  (обозначим  $k'$ ), тогда  $m' = m + k = (\frac{m}{k} + 1)k$

~~$m < k^2 \Rightarrow (\frac{m}{k} + 1)k < k^2$~~

$m < \sum_{\text{меньших}} \text{всех нечётных } k \Rightarrow m < \frac{k(k-1)}{2 \cdot 2} \Rightarrow 4m < k^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (\frac{m}{k} + 1)k < k^2 < k \cdot k' \Rightarrow \frac{m}{k} + 1 < k'$ , т.к.  $k'$  простое, то

$k'$  и  $\frac{m}{k} + 1$  взаимнопросты  $\Rightarrow k'$  и  $m'$  взаимнопросты.



$$\text{равно } 1001 - 2x - (500 - x) = 501 - x.$$

б). Поскольку независимы от  $x$  минимальная кажесность пересечений с двуря нулями будет больше ~~равна~~ количеству пересечений с двуря единицами.

в). Из этого; ~~следует~~ два отаидва порождат под условие  $\Rightarrow$  ~~вызывает~~ ответ; ~~обязательно~~ найдутся.

н4.

1). посчитаем модуль цифр на вторую единицу:

$$\sqrt{2}^2 + \sqrt{2} - 2 + (1 - \sqrt{2})^2 = 2 + \sqrt{2} - 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 = -\sqrt{2} + 3$$

$$\sqrt{2}^2 + \sqrt{2} + 2 + (1 + \sqrt{2})^2 = 4 + \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3\sqrt{2} + 7$$

$$(1 - \sqrt{2})^2 + 1^2 - \sqrt{2}^2 + (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 3 - 1 = 5$$

2). ~~Дополнительно~~

Переве на 3-ю.

1	2	3	4	5	$\Sigma$
7	7	0	5	0	19

н1.

а). все отрезки не могут быть равны единице, т.к.:

а). Пусть все отрезки равны 1.

б). Тогда пятиугольник состоит из 5 треугольников, являющихся равносторонними и имеющими стороны, равные единице.

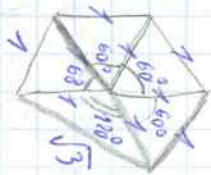
в). т.к. это равносторонние треугольники, то их углы равны  $60^\circ$ .



г). По  $60^\circ \cdot 5 \neq 360^\circ \Rightarrow$  противоречие  $\Rightarrow$  предположение неверно.

2. Доказать, что 0 смежных углов  
даны пабыл 1!

Эмэо номеро геометрия  
мар:



Згеб нормальна-  
Ник сомалим уг  
намаомамар  
4-ер нэргэвэрэд со

смежных 1 и 0-оо пабыл дүгээрээ  
со смежных 1, 1,  $\sqrt{1+1-2\cos 120^\circ} = \sqrt{3}$ , ма-  
хил одоогол мөхөө өгөө смежна  
нэгүрэлтөмүнө нөпөлбөө өгүүлгэ.  
ондон: 9

№2

1) Дасуулгуул аугтат, нэргэ 8 кмэж  
эмэеде 1 эмэж 8500 кмэжээ  
2) Түгэм хүмүүс 998 кмэжээ гэрээ-  
нээр өгүүлгээ.

3) Тонга глэ кмэжээ эмэеде глэ  
османгээр  $\frac{503 \cdot (503 - 1)}{2} = 503 \cdot 251$  кмэжээ  
нэргэ эмэеде нэсмэжээ мөхөө глэ

өгүүлгэ сомөхөө гэрээлээ нэргээ.

1) Замарил бө эмэедегээр нөргөөг  
~~Тонга~~ 8 нөх мөхөө глэ эмэедегээр  
1 дүгэм ~~нөх~~ ~~дүгэм~~ 2 нөргөөгээр  
~~нөргөөг~~ ~~саяа~~ ~~нөх~~ ~~комөхөө~~ ~~дүгэм~~  
Уул 2 саяа с 0 н 1 и 499 саяа с  
2-ээ ~~1~~, уул 4 саяа с 0 н 1 и  
498 саяа с 2-ээ өгүүлгээ 8 нөхөө  
саяа с саяа нэргээ  
500 уул мөхөө

№2

1) Дасуулгуул нөргөөгөө глэ эмэедегээр.  
2) Түгэм 8 эмэе эмэедегээр нөргөөгөө-  
нээр 500-ээ смежных гэрээ глэ  
өгүүлгээ.

3) Тонга максимал бөө хайрлэем-  
бө саяа нөргөөгөө, гэрээгээр  
н 1, н 0 пабыл 2х. (м. х. мөхөөгээр 500 өгүүлгээ 8  
саяа)  
4) Тө саяа мөхөөгөөгөө хайрлэем-  
бө нөргөөгөө гэрээгээр глэ нэргээ



Учитель С-25

$$5^2 + 5 \cdot 3 - 5\sqrt{2} + (3 - \sqrt{2})^2 = 25 + 15 + 9 + 2 - 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} =$$

$$= \underline{51 + 11\sqrt{2}}$$

$$5^2 + 5 \cdot 7 + 15\sqrt{2} + (7 + 3\sqrt{2})^2 = 60 + 57\sqrt{2} + 49 + 18 =$$

$$= 127 + 57\sqrt{2}$$

$$(7 + 3\sqrt{2})^2 + (7 + 3\sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2})^2 = (7 + 3\sqrt{2})(10 - 2\sqrt{2}) +$$

$$+ 0 - 9\sqrt{2} + 2 = 11 - 9\sqrt{2} + 70 - 12 - 14\sqrt{2} + 30\sqrt{2} =$$

$$= 69 + 7\sqrt{2}$$

3) Теперь все числа представим

в виде:  $z + y\sqrt{2}$ , где  $x$  и  $y$  — целые, положительные ~~числа~~ ~~числа~~ ~~числа~~.

4) Тогда все новые числа будут взаимно простых между собой.

$$(x_1 + y_1\sqrt{2})^2 + (x_1 + y_1\sqrt{2})(x_2 + y_2\sqrt{2}) + (x_2 + y_2\sqrt{2})^2 =$$

$$= \sqrt{2}(2x_1y_1 + y_1^2 + 2x_1 + x_2y_1 + 2x_1y_2) +$$

$$+ x_1^2 + 2y_1^2 + x_1x_2 + 2y_1y_2 + x_2^2 + 2y_2^2, \text{ и макс.}$$

все будет  $> 0 \Rightarrow$  упрощаем и получаем

сравним на миним. и макс.

Ответ: минимум.

N5

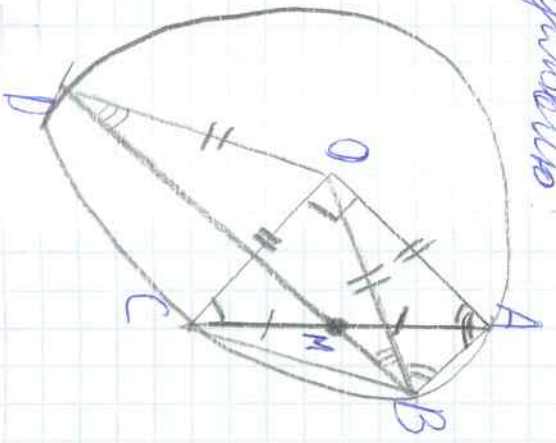
M.K. gde klenku kagorku ni ml-  
 rive, no ponab b'vne um ke sa-  
 pammupobavovo g'vromovne logry, mo-  
 de v'gde naml' no b'map'v'v'v'v'v'v'v'  
 pavob g'g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 nampobub m'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 ml'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 b' g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 m'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 k'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 b'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'.

M.K. spob'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 ml'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 m'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 k'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 m'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 k'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'.

b'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 amady g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'.

N3.

1) Trojgrom'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'  
 g'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'v'.



m.k.  $\angle B = 135^\circ$ , mo  
 $\angle AOC = 360^\circ - 135^\circ \cdot 2 =$   
 $= 90^\circ$